Allgemeine Begriffe.

Jede Belastung ruft in dem beanspruchten Konstruktionsteil (d. h. in dem Materialquerschnitt desselben) eine Formänderung hervor; es wird angenommen, daß dieselbe proportional der Beanspruchung ist. Ist l die Verlängerung eines Stabes von der Länge L und dem Querschnitt F aus der Belastung P, so ist ε oder das Verhältnis der Verlängerung l zur Stablänge L

$$\varepsilon = \frac{l}{L} = \left(\frac{P}{F}\right)\alpha = k \cdot \alpha.$$

Dieses Gesetz ist der Ausdruck für die vorhin ausgesprochene Annahme; man nennt dasselbe das Proportionalitätsgesetz: dieses hat nachgewiesenermaßen bis zu einer gewissen Belastungsgrenze (innerhalb der zulässigen Beanspruchung) für die meisten Materialien volle oder zumindest annähernde Gültigkeit.

Für $k = 1$ kg/qcm ist $\varepsilon = \alpha$.

Der Wert α heißt der Dehnungskoeffizient und bezeichnet die durch die Spannung 1 hervorgerufene Dehnung; α ist von der Art des Materials abhängig.

Setzt man $\varepsilon = \frac{l}{L} = \frac{\left(\frac{P}{F}\right)}{E} = \frac{k}{E}$, so wird $k = E$ für $1 = L$ oder für $\varepsilon = 1$.

Den Wert E nennt man den Elastizitätsmodul, er bezeichnet diejenige Spannung, die ein Stab erleidet, wenn er um seine eigene Länge verlängert

oder verkürzt wird. E ist gleichfalls von der Art des Materials abhängig. Aus den beiden Gleichungen für ε ergibt sich die Beziehung

$$\alpha = \frac{1}{E},$$

d. h. E ist der reziproke Wert von α.

Bei Berechnung der Formänderung eines Konstruktionsteiles infolge Beanspruchung durch äußere Kräfte ist die Kenntnis der Werte von E oder α erforderlich. E ist auf Zug und Druck verschieden und nimmt mit zunehmender Spannung ab; die in den Tabellen angeführten Zahlen sind Durchschnittswerte.

Ebenso wie für die Zug- und Druckbeanspruchung, gilt für die Schubbeanspruchung ein Elastizitätsmodul, und zwar der Gleitmodul G; es kann gesetzt werden $G = 0{,}4\,E$.

Proportionalitätsgrenze heißt diejenige Spannung, bis zu welcher erfahrungsgemäß die Formänderung proportional der Spannung ist.

Nach vorstehender Begründung ergeben sich für die einzelnen Belastungsarten kurz folgende Gleichungen:

Zug und Druck.

$$k = \frac{P}{F};\quad F = \frac{P}{k};\quad P = F \cdot k.$$

Diese gelten nur für den einfachen Fall, daß die äußere Kraft P durch den Schwerpunkt des Querschnittes geht und senkrecht zu diesem steht; sind mehrere Kräfte P_1, P_2, P_3 usw. vorhanden, so ist P die Resultierende dieser Einzelkräfte.

Beispiel:

Auf ein Spannschloß von 6 mm Schaft- bzw. Gewinde-Kerndurchmesser (Durchmesser sei im folgenden mit $\varnothing$ bezeichnet) wirkt eine Zugkraft von $P = 1900$ kg; gesucht ist die Beanspruchung?

Auflösung:

$$k = \frac{P}{F} = \frac{1900}{0,28} = 6800 \text{ kg/qcm.}$$

Beispiel:

Gesucht ist die Verlängerung l des mit dem Spannschloß verbundenen, also gleichfalls mit $P = 1900$ kg auf Zug beanspruchten 4 mm starken Drahtseiles von $L = 2,2$ m Länge; der Qualität desselben entspricht ein $E = 2,200000$ und ein $K = 8500$ kg/qcm.

Auflösung:

Es ist

$$\varepsilon = \frac{l}{L} = \frac{k}{E}; \; l = \frac{k}{E} \cdot L,$$

daher

$$l = \frac{8500}{2,200\,000} \cdot 220 = 0,85 \text{ cm} = 8,5 \text{ mm.}$$

Beispiel:

Eine kurze Strebe aus Kiefernholz wird mit $P = 2000$ kg belastet; zu ermitteln ist der erforderliche Querschnitt unter Zugrundelegung einer 4,5fachen Sicherheit.

Auflösung:

Es muß sein $F = \frac{P \cdot s}{k_d}$ (wenn s den Sicherheitsgrad bezeichnet und $k_d = 300$ kg/qcm angenommen wird),

$$f = \frac{2000 \cdot 4,5}{300} = 30 \text{ qcm.}$$

Abscheerung und Nietberechnung.

Ist P die auf Schub oder Abscheerung wirkende äußere Kraft, F der abzuscheerende Querschnitt und

k_s die über dem Querschnitt gleichmäßig verteilt gedachte Schubspannung, so besteht die Bedingungsgleichung

$$k_s = \frac{P}{F}; \text{ hieraus ergibt sich } F = \frac{P}{k_s} \text{ und } P = F \cdot k_s$$

für einschnittige Verbindungen,

$$k_s = \frac{P}{2\,F}; \text{ hieraus ergibt sich } F = \frac{P}{2\,k_s} \text{ und } P = 2\,F\,k_s$$

für zweischnittige Verbindungen.

Die Gleichungen haben dieselbe Bedeutung wie die für die Berechnung der Zug- und Druckfestigkeit.

Zulässige Scheerbeanspruchung $k_s = 0,8\,K_z$.

Beispiel:

Der hier skizzierte Holmanschluß der unteren Fläche einer Tragdeckzelle ist in dem aus Kiefer hergestellten Holm eingelassen und mit demselben mittels mehrerer Schrauben verbunden; letztere sind, laut Kräfteplan, durch eine im Holm tätige Zugkraft $P = 760$ kg beansprucht; zu ermitteln ist der Durchmesser der Schrauben, wenn dieselben aus einem Material von $k_z = 5000$ kg/qcm Zugfestigkeit bestehen. Die Schubfestigkeit k_s kann gesetzt werden

$$k_s = 0,8\,k_z = 0,8 \cdot 5000 = 4000 \text{ kg/qcm,}$$

man erhält dann, da eine zweischnittige Verbindung vorliegt, für diese

$$F = \frac{P}{2\,k_s} = \frac{760}{2 \cdot 4000} = 0,095 \backsim 0,10 \text{ qcm,}$$

was einem Schraubendurchmesser von

$$d = \sqrt{\frac{F}{\frac{\pi}{4}}} = \sqrt{\frac{F}{0,785}} = \sqrt{\frac{0,10}{0,785}} = 3,5 \text{ mm entspricht.}$$

Gewählt werden 3 Schrauben von 4 mm $\varnothing$ mit Rücksicht auf die Biegungsbeanspruchung der Schrauben im Holm;

dann ist, da die 3 Schrauben zusammen 6 Querschnitte von je $F = 0{,}4^2 \cdot 0{,}785 = 0{,}126$ qcm besitzen, von welchen jeder mit $\frac{760}{3 \cdot 2} = 126$ kg auf Abscheerung beansprucht wird; k_s wird daher tatsächlich

$$k_s = \frac{126}{0{,}126} = 1000 \text{ kg/qcm.}$$

Jeder dieser Bolzen drückt im Holm das Holz mit einer Kraft von $\frac{760}{3} = 253$ kg. Die Lochwandfläche im Holm,

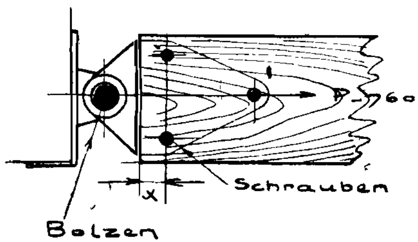

Fig. 5.

gegen welche der Bolzen drückt, ist gleich dem Schraubendurchmesser mal der Holmdicke d_1; wenn diese hier 3,5 cm ist, dann ist der Lochwanddruck oder Leibungsdruck

$$k = \frac{P}{F} = \frac{P}{d \cdot d_1} = \frac{253}{0{,}4 \cdot 3{,}5} = 180 \text{ kg/qcm;}$$

zulässig ist $k = 100$ kg/qcm!

Um ein Aufschlitzen des Holzes durch die dem Holmende zunächst liegenden beiden Schrauben zu verhindern, darf ferner die Abscheerung des Holzes längs der Faserrichtung die Schubfestigkeit nicht überschreiten; diese ist laut Tabelle für Kiefer $k_s = 43$. Aus diesem Grunde sind die beiden dem Holmende zunächst liegenden Schrauben in einem Abstand x von demselben vorzusehen; es muß sein

$$\gamma < x \cdot b \cdot k_s$$

und im vorliegenden Beispiel größer wie

$$x = \frac{P}{b \cdot k_s} = \frac{253}{3{,}5 \cdot 43} = 1{,}7 \text{ cm,}$$

andereseits üben die Schrauben auf die im Holm eingelassene Zunge des Holmanschlusses einen ganz beträchtlichen Leibungsdruck aus; besitzt die Zunge eine Dicke δ von 3 mm, dann ergibt sich der Leibungsdruck aus

$$k = \frac{P}{d \cdot \delta} = \frac{253}{0{,}4 \cdot 0{,}3} = 2100 \text{ kg/qcm,}$$

zulässig ist $k = 2000$ kg/qcm!

Beispiel:

Zu berechnen ist eine zweischnittige Nietverbindung eines Festhaltebandes zum Benzinbehälter; gesucht ist die Anzahl der Nieten und die Stärke der Anschlußlappen; das Festhalteband soll eine Breite von 30 mm und eine Dicke von 1,5 mm erhalten.

Auflösung:

Wenn für Band und Anschlußlappen eine Zugfestigkeit von $k_z = 3200$ kg/qcm und die Anordnung von 2 Reihen von Eisennieten von je 3 mm ∅ angenommen wird, dann ergibt sich die Tragfähigkeit des Bandes (mit Abzug der Nietlöcher)

$$P = F \cdot k_z = (3 - 0{,}3 \cdot 2)\; 0{,}15 \cdot 3200 = 1150 \text{ kg.}$$

Die Tragkraft eines zweischnittigen Nietes gegen Abscheerung ist bei $k_s = 2600$ kg

$$P_s = 2\, \frac{\pi d^2}{4} \cdot k_s = 2 \cdot 0{,}071 \cdot 2600 = 370 \text{ kg,}$$

mit Berücksichtigung eines Leibungsdruckes von $k_d = 2000$ kg/qcm ist

$$P_d = d \cdot \delta \cdot k_d = 0{,}3 \cdot 0{,}15 \cdot 2000 = 900 \text{ kg.}$$

Die Anzahl n der Nieten ergibt sich aus

$$n = \frac{1150}{370} = 3 \backsim 4.$$